# 4.2. Aufgaben zu quadratischen Funktionen

# **Aufgabe 1: Streckung und Stauchung**

a) Bestimme die Gleichungen der rechts abgebildeten Parabeln:

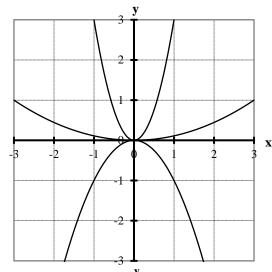


$$f_2(x) =$$

$$f_3(x) =$$

b) Zeichne die folgenden Parabeln ebenfalls in das Koordinatensystem:

$$f_4(x) = \frac{1}{3} \; x^2, \quad \ f_5(x) = -\frac{1}{4} \, x^2 \quad und \quad \ f_6(x) = -2x^2 \; .$$



### Aufgabe 2: Verschiebung in y-Richtung

a) Bestimme die Gleichungen der rechts abgebildeten Parabeln:

$$f_1(x) =$$
\_\_\_\_\_\_  $f_2(x) =$ \_\_\_\_\_

$$f_2(x) =$$
\_\_\_\_\_

$$f_3(x) =$$

$$f_4(x) =$$
\_\_\_\_\_

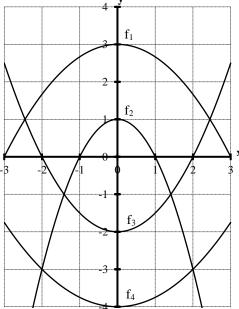
b) Zeichne die folgenden Parabeln ebenfalls in das Koordinatensystem:

$$f_5(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4,$$

$$f_6(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - 1$$

$$f_7(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$$
  $f_8(x) = \frac{1}{3}x^2 - 3$ 

$$f_8(x) = \frac{1}{3} x^2 - 3$$



#### Aufgabe 3: Verschiebung in x-Richtung

a) Bestimme die Gleichungen der rechts abgebildeten Parabeln:

$$f_1(x) =$$
\_\_\_\_\_\_  $f_4(x) =$ \_\_\_\_\_

$$f_4(\mathbf{y}) =$$

$$f_2(x) =$$
\_\_\_\_\_

$$f_{2}(x) =$$
\_\_\_\_\_\_  $f_{5}(x) =$ \_\_\_\_\_

$$f_3(x) =$$

$$f_3(x) = ____$$
  $f_6(x) = _____$ 

b) Zeichne ebenfalls in das Koordinatensystem:

$$f_7(x) = \frac{1}{4}(x+2)^2$$
  $f_8(x) = (x-1)^2$   $f_9(x) = \frac{1}{9}(x-3)^2$ 

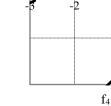
$$f_8(x) = (x-1)^2$$

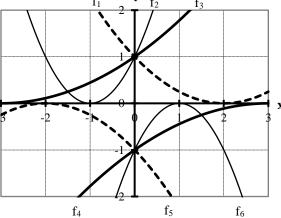
$$f_9(x) = \frac{1}{9}(x-3)^2$$

$$f_{10}(x) = -\frac{1}{9}(x+3)^2$$

$$f_{11}(x) = -(x+1)^2$$

$$f_{10}(x) = -\frac{1}{9} (x+3)^2 \qquad f_{11}(x) = -(x+1)^2 \qquad f_{12}(x) = -\frac{1}{4} (x-2)^2.$$





#### Aufgabe 4: Scheitelpunktform

Bestimme die Gleichung der verschobenen Normalparabeln mit den folgenden Scheitelpunkten:

- a) S(3|0)
- c) S(0|2)
- e) S(4|2)
- g) S(-5|-1)

- b) S(-1|0)
- d) S(0|-7)
- f) S(-3|2)
- h) S(3|-2)

### Aufgabe 5: Scheitelpunktform

Gib den Scheitelpunkt, die Streckung bzw. Stauchung in y-Richtung und die Öffnung der Parabel an.

Skizziere dann mit Hilfe dieser Angaben das Schaubild der Parabel ausgehend vom Scheitelpunkt.

$$f_1(x) = -(x+2)^2 + 2$$

$$f_1(x) = -(x+2)^2 + 2 \qquad \qquad f_2(x) = -\frac{1}{2} \, (x+2)^2 + 2$$

$$f_3(x) = (x+2)^2 - 2$$
  $f_4(x) = 2(x+2)^2 - 2$ 

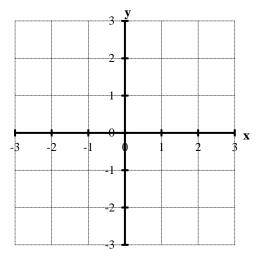
$$f_4(x) = 2(x+2)^2 - 2$$

$$f_5(x) = (x-2)^2 - 2$$
  $f_6(x) = 2(x-2)^2 - 2$ 

$$f_6(x) = 2(x-2)^2 - 2$$

$$f_7(x) = -(x-2)^2 + 2$$

$$f_7(x) = -(x-2)^2 + 2$$
  $f_8(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ 



### Aufgabe 6: Scheitelpunktform

Bestimme die Scheitelpunkte und zeichne die Parabeln in das Koordinatensystem rechts ein. Welche Parabel fehlt?

$$f_1(x) = -2(x+3)^2 + 5$$
  $f_2(x) = -(x+2)^2 + 1$ 

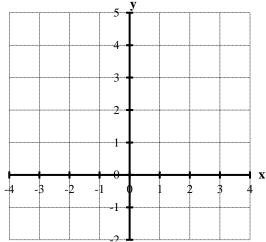
$$f_2(x) = -(x+2)^2 + 1$$

$$f_3(x) = -\frac{1}{2}(x + \frac{3}{2})^2 - \frac{1}{4}f_4(x) = -\frac{1}{4}x^2 - 1$$

$$f_5(x) = -\frac{1}{2}(x - \frac{3}{2})^2 - \frac{1}{4}f_6(x) = -(x - 2)^2 + 1$$

$$f_7(x) = -2(x-3)^2 + 5$$
  $f_8(x) =$ 

$$f_8(x) =$$
\_\_\_\_\_



#### Aufgabe 7: Scheitelpunktform

Bestimme die Scheitelpunktform und den Scheitelpunkt der folgenden Parabeln.

a) 
$$f(x) = x^2 + 4x + 4$$

g) 
$$f(x) = 2x^2 - 4x - 16$$

g) 
$$f(x) = 2x^2 - 4x - 16$$
 m)  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - x - \frac{4}{3}$ 

b) 
$$f(x) = x^2 + 4x + 3$$

h) 
$$f(x) = 2x^2 - 6x + 4$$

n) 
$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{7}{2}$$

c) 
$$f(x) = x^2 + 4x - 2$$

i) 
$$f(x) = -2x^2 - 4x + 2$$

i) 
$$f(x) = -2x^2 - 4x + 2$$
 o)  $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{15}{4}$ 

d) 
$$f(x) = x^2 - 2x + 1$$

i) 
$$f(x) = -x^2 - 5x - 4$$

j) 
$$f(x) = -x^2 - 5x - 4$$
 p)  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 5$ 

e) 
$$f(x) = x^2 - 2x$$

k) 
$$f(x) = -x^2 - 4x - 4$$

k) 
$$f(x) = -x^2 - 4x - 4$$
 q)  $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - \frac{5}{3}$ 

f) 
$$f(x) = x^2 + 6x + 8$$

r) 
$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$$

### Aufgabe 8: Achsenschnittpunkte

Untersuche die Parabeln aus Aufgabe 6 auf Achsenschnittpunkte.

### Aufgabe 9: Achsenschnittpunkte

Untersuche die Parabeln aus Aufgabe 7 auf Achsenschnittpunkte.

#### Aufgabe 10: Satz von Vieta

Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen durch Probieren. Berechne die Normalform  $f(x) = x^2 + px + q$  durch Ausmultiplizieren. Wie lassen sich die Koeffizienten p und q aus den Nullstellen x1 und x2 berechnen?

a) 
$$f(x) = (x + 1) \cdot (x + 2)$$

c) 
$$f(x) = (x + 2) \cdot (x + 4)$$

e) 
$$f(x) = (x + u) \cdot (x + 4)$$
 mit  $u \in \mathbb{R}$ 

b) 
$$f(x) = (x + 2) \cdot (x + 3)$$

d) 
$$f(x) = (x + 3) \cdot (x + 4)$$

f) 
$$f(x) = (x + u) \cdot (x + v)$$
 mit  $u, v \in \mathbb{R}$ 

### Aufgabe 11: Satz von Vieta

Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen durch Probieren mit dem Satz von Vieta:

a) 
$$f(x) = x^2 + 5x + 6$$

e) 
$$f(x) = x^2 - 7x + 12$$

i) 
$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4x + \frac{7}{2}$$

b) 
$$f(x) = x^2 + 6x + 5$$

f) 
$$f(x) = x^2 + x - 12$$

j) 
$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2x - \frac{7}{3}$$

c) 
$$f(x) = x^2 + 7x + 12$$

g) 
$$f(x) = x^2 - x - 30$$

k) 
$$f(x) = 2x^2 + 2x - 4$$

d) 
$$f(x) = x^2 - 5x + 6$$

h) 
$$f(x) = x^2 + 4x - 5$$

1) 
$$f(x) = -3x^2 + 6x + 9$$

# Aufgabe 12: Intervallschreibweise

Gib die folgenden Mengen in Intervallschreibweise an.

a) 
$$A = \{x \in \mathbb{R}: 4 < x < 8\}$$

f) 
$$F = \{x \in \mathbb{R}: 4 < x\}$$

b) 
$$B = \{x \in \mathbb{R}: -2 \le x < 5\}$$

g) 
$$G = \{x \in \mathbb{R}: x \le -2 \text{ oder } x \ge 3\}$$

c) 
$$C = \{x \in \mathbb{R}: -100 < x \le 30\}$$

h) 
$$H = \{x \in \mathbb{R}: x < -3 \text{ oder } x > 2\}$$

d) 
$$D = \{x \in \mathbb{R}: 2 \le x \le 45\}$$

i) 
$$I = \{x \in \mathbb{R}: x \le -5 \text{ oder } x > 5\}$$

e) 
$$E = \{x \in \mathbb{R}: x \le 2\}$$

j) 
$$J = \{x \in \mathbb{R}: x < -6 \text{ oder } x \ge 6\}$$

### Aufgabe 13: Quadratische Ungleichungen

Vervollständige die Tabelle. Trage dazu jeweils die Bereiche ein, in denen die Funktion größer, echt größer, kleiner bzw. echt kleiner als Null ist:

f(x) =	$f(x) \ge 0$ für $x \in$	$f(x) > 0$ für $x \in$	$f(x) < 0$ für $x \in$	$f(x) \le 0$ für $x \in$
$x^2 + x - 2$	ℝ\]−2; 1[	ℝ\[-2; 1]	]-2; 1[	[-2; 1]
$x^2 - x - 12$				
$-x^2 - x + 6$				
$-x^2 + 5x - 6$				
$x^2 + 3x + 4$				
$-\mathbf{x}^2 + 2\mathbf{x} - 1$				
$-\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 3$				
$\frac{1}{2}x^2 - 5x - 12$				
$x^2 + 4x + 4$				

### Aufgabe 14: Gemeinsame Punkte

Bestimme die Koordinaten aller gemeinsamen Punkte von f und g:

a) 
$$f(x) = x^2 + 2x$$
 und  $g(x) = x + 6$ 

d) 
$$f(x) = x^2 + 3x + 5$$
 und  $g(x) = -x + 1$ 

b) 
$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$$
 und  $g(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ 

e) 
$$f(x) = x^2 + 1$$
 und  $g(x) = x^2 - 1$ 

c) 
$$f(x) = x^2 - 4x - 2$$
 und  $g(x) = -x^2 + 2x + 6$ 

f) 
$$f(x) = 2x^2 - 4x + 3$$
 und  $g(x) = -x^2 - 2x + 2$ 

#### Aufgabe 15: Bestimmung von Funktionsgleichungen aus drei gegebenen Punkten

Bestimme die Gleichung der Parabel, die durch die Punkte P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub> und P<sub>3</sub> verläuft.

a) 
$$P_1(0|0)$$
,  $P_2(1|2)$  und  $P_3(3|-6)$ 

d) 
$$P_1(1|3)$$
,  $P_2(-1|1)$  und  $P_3(2|7)$ 

b) 
$$P_1(0|-2)$$
,  $P_2(2|1)$  und  $P_3(-1|-\frac{11}{4})$ 

e) 
$$P_1(1|1)$$
,  $P_2(-1|3)$  und  $P_3(2|3)$ 

c) 
$$P_1(-2|2)$$
,  $P_2(-1|0)$  und  $P_3(3|-28)$ 

$$f) \ P_1(2|7), \, P_2(1|3) \ und \ P_3(0|1).$$

### Aufgabe 16: Bestimmung von Funktionsgleichungen aus Scheitelpunkt und einem weiteren Punkt

Von einer Parabel sind der Scheitelpunkt S und ein weiterer Punkt P bekannt. Bestimme die Gleichung der Parabel in Normalform.

d) 
$$S(-1|4)$$
 und  $P(2|\frac{7}{4})$ 

b) 
$$S(-\frac{5}{2} | \frac{9}{4})$$
 und  $P(-1|0)$ 

f) 
$$S(3|-2)$$
 und  $P(1|2)$ 

#### Aufgabe 17: Anwendungsaufgaben

- a) Wie hoch und wie lang ist eine Brücke, deren Form oberhalb der x-Achse durch  $y = -0.005x^2 + 0.52x$  in Metern gegeben ist?
- b) Über eine Talsenke mit dem Querschnitt  $y = 0.0048x^2 0.3648x 3.0688$  in Metern wird in der Höhe 2 m über NN eine waagrecht verlaufende Brücke gespannt. Wie lang ist die Brücke und wie hoch ist sie über der tiefsten Stelle?
- c) Ein Straßentunnel hast den Querschnitt  $y = -0.4x^2 + 2.6x + 6.78$  in Metern. Wie hoch und wie breit ist der Tunnel? Zwei 3 m breite und 4 m hohe Lastwagen sollen sich im Tunnel mit 1 m Sicherheitsabstand passieren können. Welchen waagrechten Abstand haben die Lastwagen dann in 4 m Höhe von der Tunnelwand?
- d) Eine mit der Geschwindigkeit v in m/s senkrecht nach oben geschossene Kugel hat nach t Sekunden die Höhe  $h(t) = -5t^2 + vt$  in m über dem Abschussort erreicht. Wie lange fliegt die Kugel und welche Höhe erreicht sie, wenn sie mit v = 10 m/s bzw. v = 100 m/s abgeschossen wurde?

### Aufgabe 18: Parabelscharen und Ortskurven

Untersuche die folgenden Parabelscharen auf Achsenschnittpunkte in Abhängigkeit von t und die Koordinaten des Scheitelpunktes in Abhängigkeit von t. Zeichne  $f_t$  für  $t=\pm 2,\pm 1$  und 0 in ein gemeinsames Koordinatensystem mit  $-5 \le x, y \le 5$ . Zeichne die **Ortskurve** der Scheitelpunkte in das Koordinatensystem ein und bestimme ihre Funktionsgleichung. Die **Ortskurve** der Scheitelpunkte ist die Menge aller Scheitelpunkte der Parabelschar.

a) 
$$f_t(x) = x^2 - tx \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

e) 
$$f_t(x) = tx^2 - 2x + 1$$
 mit  $t \in \mathbb{R}$ 

b) 
$$f_t(x) = x^2 + 6x + t \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

f) 
$$f_t(x) = (x-1)^2 + t$$

c) 
$$f_t(x) = x^2 + tx + 2 \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

g) 
$$f_t(x) = t(x-1)^2 - 1$$

d) 
$$f_t(x) = x^2 - 2tx - 2t + 1 \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

h) 
$$f_t(x) = x^2 + 2x + t$$

#### Aufgabe 19: Ouadratische Gleichungen

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen.

a) 
$$x(x + 4) + 5 = -1 - (2x + 3)$$

c) 
$$(x + 7)(13x - 3) = (1 + 7x)(13 - 3x)$$

b) 
$$(x + 4)(x + 2) = -x(x + 10) - 4(x - 2)$$

d) 
$$(x+2)^2 + 5x + 2 = (2x-6)^2$$

#### Aufgabe 20: Quadratische Bruchgleichungen

Bestimme die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen

a) 
$$\frac{3x+2}{2} + \frac{14}{3x+1} = 6$$

e) 
$$\frac{x-3}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{6x-2}{x^2-1}$$

b) 
$$\frac{5x}{x-1} + \frac{x+1}{x+4} = \frac{21+x}{x+4}$$

f) 
$$\frac{x+6}{x-6} + \frac{x-6}{x+6} = \frac{144}{x^2-36}$$

c) 
$$\frac{15}{x+2} = 2 - \frac{x-5}{8}$$

g) 
$$\frac{2x-1}{(x-1)(x-3)} + \frac{3x}{(x+2)(x-3)} = \frac{2x^2+3x+16}{(x-1)(x+2)(x-3)}$$

d) 
$$\frac{x^2+15x}{(x+3)(x-3)} = \frac{2x+3}{x-3} - \frac{x-3}{x+3}$$

h) 
$$\frac{5}{(x-4)(x-3)} + \frac{3}{(x-3)(x-2)} = \frac{x^2 + 3x + 1}{(x-4)(x-3)(x-2)}$$

### Aufgabe 21: Gemeinsame Punkte bei Kurvenscharen

Welche Bedingungen müssen für t gelten, damit die Schaubilder von  $f_t$  und  $g_t$  sich gegenseitig schneiden, berühren bzw. passieren?

a) 
$$f_t(x) = x^2 + t$$
 und  $g(x) = -x + 1$ 

b) 
$$f_t(x) = tx^2 - 1$$
 und  $g(x) = x$ 

c) 
$$f_t(x) = -x^2 - 4x - 4$$
 und  $g_t(x) = x^2 - 2x + t$ 

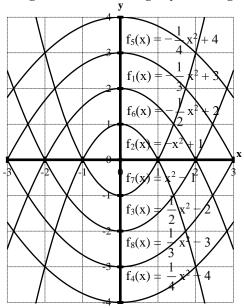
### 4.2. Lösungen zu den Aufgaben zu quadratischen Funktionen

### Aufgabe 1: Stauchung und Streckung

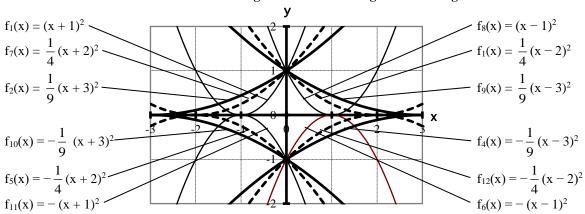
 $f_6(x) = -2x^2$ 

 $\int_{1}^{1} f_4(x) = \frac{1}{3} x^2$  $f_2(\mathbf{x}) = \frac{1}{9} \, \mathbf{x}^2$  $f_5(x) = -\frac{1}{4}x^2$ 

Aufgabe 2: Verschiebung in y-Richtung



Aufgabe 3: Verschiebung in x-Richtung



 $\overline{f_3}(x) = -x^2$ 

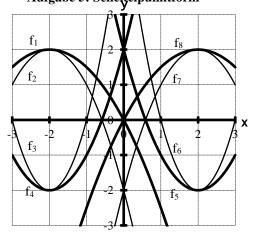
### Aufgabe 4: Scheitelpunktform

- a)  $f(x) = (x 3)^2$
- c)  $f(x) = x^2 + 2$ d)  $f(x) = x^2 7$

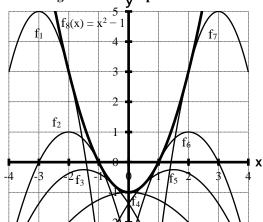
- b)  $f(x) = (x + 1)^2$

- e)  $f(x) = (x-4)^2 + 2$  g)  $f(x) = (x+5)^2 1$ f)  $f(x) = (x+3)^2 + 2$  h)  $f(x) = (x-3)^2 2$

Aufgabe 5: Scheitelpunktform



# Aufgabe 6: Scheitelpunktform



### Aufgaben 8: Achsenschnittpunkte

 $f_1$ :  $S_{1y}(0|-13)$  und  $S_{1x1/2}(-3\pm\sqrt{\frac{5}{2}}|0)$ ,  $f_2$ :  $S_{2y}(0|-3)$  und  $S_{2x1/2}(-2\pm1|0)$ ,  $f_3$ :  $S_{3y}(0|-\frac{5}{4})$ ,  $f_4$ :  $S_{4y}(0|-1)$ ,  $f_5$ :  $S_{5y}(0|-\frac{5}{4})$ ,  $f_6$ :  $S_{6y}(0|-3)$  und  $S_{2x1/2}(-2\pm1|0)$ ,  $f_{3}$ :  $S_{3y}(0|-\frac{5}{4})$ ,  $f_{4}$ :  $S_{4y}(0|-1)$ ,  $f_{5}$ :  $S_{5y}(0|-\frac{5}{4})$ ,  $f_{6}$ :  $S_{6y}(0|-3)$  und  $S_{2x1/2}(-2\pm1|0)$ ,  $f_{5}$ :  $S_{5y}(0|-\frac{5}{4})$ ,  $f_{7}$ :  $S_{7}(0|-\frac{5}{4})$ ,  $f_{8}$ :  $S_{7}(0|-\frac{5}{4})$  $S_{6x1/2}(2 \pm 1|0)$ ,  $f_7$ :  $S_{7y}(0|-13)$  und  $S_{7x1/2}(3 \pm \sqrt{\frac{5}{2}}|0)$  und  $f_8$ :  $S_{8y}(0|-1)$ 

#### Aufgaben 7 und 9: Scheitelpunkte und Achsenschnittpunkte

Aus Platzgründen sind nur Scheitelpunkte und Schnittpunkte mit der x-Achse angegeben.

a) 
$$S(-2|0)$$
, doppelte NST!

g) 
$$S(1|-18)$$
,  $S_{x1/2}(1 \pm 3|0)$ 

m) 
$$S(\frac{3}{2} \mid -\frac{25}{12}), S_{x1/2}(\frac{3}{2} \pm \frac{5}{2})$$

b) 
$$S(-2|-1)$$
,  $S_{x1/2}(-2 \pm 1|0)$ 

h) 
$$S(\frac{3}{2}|-\frac{1}{2})$$
,  $S_{x1/2}(\frac{3}{2}\pm\frac{1}{2}|0)$  n)  $S(1|-4)$ ,  $S_{x1/2}(1\pm\sqrt{8}|0)$ 

n) 
$$S(1|-4)$$
,  $S_{x1/2}(1 \pm \sqrt{8} | 0)$ 

c) 
$$S(-2|-6)$$
,  $S_{x1/2}(-2 \pm \sqrt{6}|0)$ 

i) 
$$S(-1|4)$$
,  $S_{x1/2}(-1 \pm \sqrt{2}|0)$ 

o) 
$$S(-1|4)$$
,  $S_{x1/2}(-1 \pm 4|0)$ 

j) 
$$S(-\frac{5}{2}|\frac{9}{4})$$
,  $S_{x1/2}(-\frac{5}{2}\pm\frac{3}{2}|0)$  p)  $S(-2|-3)$ , keine NST!

p) 
$$S(-2|-3)$$
, keine NST

e) 
$$S(1|-1)$$
,  $S_{x1/2}(-1 \pm 1|0)$ 

k) 
$$S(-2|0)$$
 (doppelte NST!) q)  $S(3|\frac{3}{4})$ ,  $S_{x1/2}(3\pm 2|0)$ 

f) 
$$S(-3|-1)$$
,  $S_{x1/2}(-3 \pm 1|0)$ 

1) 
$$S(4|-\frac{1}{2})$$
,  $S_{x1/2}(4 \pm 1|0)$ 

1) 
$$S(4|-\frac{1}{2})$$
,  $S_{x1/2}(4 \pm 1|0)$  r)  $S(-3|-\frac{1}{4})$ ,  $S_{x1/2}(-3 \pm 1|0)$ 

#### Aufgabe 10: Satz von Vieta

a) 
$$f(x) = x^2 + 3x + 2$$

c) 
$$f(x) = x^2 + 6x + 8$$

e) 
$$f(x) = x^2 + (u + 4)x + 4u$$

b) 
$$f(x) = x^2 + 5x + 6$$

$$f(x) = x^2 + 5x + 6$$

d) 
$$f(x) = x^2 + 7x + 12$$

f) 
$$f(x) = x^2 + (u + v)x + uv$$

### Aufgabe 11: Satz von Vieta

a) 
$$f(x) = (x + 2)(x + 3)$$

e) 
$$f(x) = (x-3)(x-4)$$

i) 
$$f(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x+7)$$

b) 
$$f(x) = (x + 1)(x + 5)$$

f) 
$$f(x) = (x-3)(x+4)$$

j) 
$$f(x) = \frac{1}{3}(x-1)(x+7)$$

c) 
$$f(x) = (x+3)(x+4)$$

g) 
$$f(x) = (x-6)(x+5)$$

k) 
$$f(x) = 2(x-1)(x+2)$$

d) 
$$f(x) = (x-2)(x-3)$$

h) 
$$f(x) = (x-1)(x+5)$$

1) 
$$f(x) = -3(x-3)(x+1)$$

# Aufgabe 12: Intervallschreibweise

a) 
$$A = ]4; 8[$$

b) 
$$B = [-2; 5[$$

c) 
$$C = [-100; 30]$$

d) 
$$D = [2; 45]$$

e) 
$$E = ]-\infty; 2]$$

g) 
$$G = \mathbb{R} \setminus ]-2; 3[$$

h) 
$$H = \mathbb{R} \setminus [-3; 2]$$

i) 
$$I = \mathbb{R} \setminus [-5; 5]$$

j) 
$$J = \mathbb{R} \setminus [-6; 6]$$

### Aufgabe 13: Quadratische Ungleichungen

f(x) =	$f(x) \ge 0$ für $x \in$	$f(x) > 0$ für $x \in$	$f(x) < 0$ für $x \in$	$f(x) \le 0$ für $x \in$
$x^2 + x - 2$	ℝ\]-2; 1[	ℝ∖[−2; 1]	]-2; 1[	[-2; 1]
$x^2 - x - 12$	ℝ\]-3; 4[	ℝ∖[-3; 4]	]-3; 4[	[-3; 4]
$-x^2 - x + 6$	[-3; 2]	]-3; 2[	ℝ\[-3; 2]	ℝ\]-3; 2[
$-x^2 + 5x - 6$	[2; 3]	]2; 3[	ℝ\[2; 3]	ℝ\]2; 3[
$x^2 + 3x + 4$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	{}	{}
$-x^2 + 2x - 1$	{1}	{}	ℝ\{1}	$\mathbb{R}$
$-\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 3$	[-3; -2]	]-3; -2[	ℝ\[-3; -2]	ℝ\]-3; -2[
$\frac{1}{2}x^2 - 5x - 12$	<b>ℝ</b> \]−2; 12[	ℝ∖[−2; 12]	]-2; 12[	[-2; 12]
$x^2 + 4x + 4$	$\mathbb{R}$	ℝ\{-2}	{}	{-2}

### Aufgabe 14: Gemeinsame Punkte

a) 
$$S_1(-3|3)$$
 und  $S_2(2|8)$ 

c) 
$$S_1(-1|3)$$
 und  $S_2(4|-2)$ 

b) 
$$S_1(-1|1)$$
 und  $S_2(-2|\frac{5}{2})$ 

d) 
$$S_{1/2}(-2|3)$$
 (Berührpunkt)

### Aufgabe 15: Bestimmung von Funktionsgleichungen aus drei gegebenen Punkten

a) 
$$f(x) = -2x^2 + 4x$$

c) 
$$f(x) = -x^2 - 5x - 4$$

e) 
$$f(x) = x^2 - x + 1$$

b) 
$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 2$$

d) 
$$f(x) = x^2 + x + 1$$

f) 
$$f(x) = x^2 + x + 1$$

### Aufgabe 16: Bestimmung von Funktionsgleichungen aus Scheitelpunkt und einem weiteren Punkt

a) 
$$f(x) = 2x^2 - 4x + 3$$

c) 
$$f(x) = -2x^2 + 4x$$

e) 
$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x - 1$$

b) 
$$f(x) = -x^2 - 5x - 4$$

d) 
$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{15}{4}$$
 f)  $f(x) = x^2 - 6x + 7$ 

f) 
$$f(x) = x^2 - 6x + 7$$

### Aufgabe 17: Anwendungsaufgaben

- Die Brücke ist 104 m lang und 13,52 m hoch
- Die Brücke ist 100 m lang und 12 m hoch.
- Der Tunnel ist 11 m hoch und 10,5 m breit. Der waagrechte Abstand zur Tunnelwand ist 68 cm
- Die Kugeln fliegen 2 bzw. 20 Sekunden lang und erreichen eine Höhe von 5 bzw. 500 Metern.

### Aufgabe 18: Parabelscharen und Ortskurven

a) 
$$x_{1/2} = \frac{t}{2} \pm \frac{t}{2}$$
 und  $S_t \left( \frac{t}{2} - \frac{t^2}{4} \right) \Rightarrow \text{Ortskurve } y = -x^2$ 

b) 
$$x_{1/2} = -3 \pm \sqrt{t-9}$$
, falls  $t \neq 9$  und  $S_t(-3|-9+t) \Rightarrow$  Ortskurve  $x = -3$ 

c) 
$$x_{1/2} = -\frac{t}{2} \pm \sqrt{\frac{t^2}{4} - 2} \text{ , falls } t \neq \sqrt{8} \text{ und } S_t \left( -\frac{t}{2} \left| -\frac{t^2}{4} + 2 \right| \right. \Rightarrow \text{Ortskurve } y = -x^2 + 2$$

d) 
$$x_{1/2} = t \pm \sqrt{t^2 + 2t - 1}$$
, falls  $t \le -1 - \sqrt{2}$  oder  $t \ne -1 + \sqrt{2}$  und  $S_t(t | -t^2 - 2t + 1) \Rightarrow y = -x^2 - 2x + 1$ 

$$e) \quad x_{1/2} = \frac{1}{t} \pm \sqrt{\frac{1}{t} \left(\frac{1}{t} - 1\right)} \text{ , falls } t \neq 1 \text{ und } S_t \left(\frac{1}{t} \left| -\frac{1}{t} + 1\right|\right) \text{, falls } t \geq 0 \Rightarrow \text{Ortskurve } y = -x + 1$$

f) 
$$x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{-t}$$
, falls  $t \le 0$  und  $S_t(1|-t) \Rightarrow$  Ortskurve  $x = 1$ 

g) 
$$x_{1/2} = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{t}}$$
, falls  $t \ge 0$  und  $S_t(1|-1) \Rightarrow$  keine Ortskurve, sondern gemeinsamer Scheitelpunkt

h) 
$$x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{1-t}$$
, falls  $t \le 1$  und  $S_t(-1 \mid t-1) \Rightarrow$  Ortskurve  $x = -1$ 

#### Aufgabe 19: Quadratische Gleichungen

a) 
$$L = \{ -3 \}$$

b) 
$$L = \{ -10; 0 \}$$

c) 
$$L = \{ 1; -1 \}$$

d) 
$$L = \{ 1; 10 \}$$

### Aufgabe 20: Quadratische Bruchgleichungen

a) 
$$D = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{3}\} \text{ und } L = \{1; 2\}$$

e) 
$$D = R \setminus \{1; -1\} \text{ und } L = \{0; 5\}$$

b) 
$$D = \mathbb{R} \setminus \{1; -4\} \text{ und } L = \{\}$$

f) 
$$D = \mathbb{R} \setminus \{6; -6\} \text{ und } L = \{ \}$$

c) 
$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2\} \text{ und } L = \{6; 13\}$$

g) 
$$D = \mathbb{R} \setminus \{1; -2; 3\} \text{ und } L = \{ \}$$

d) 
$$D = \mathbb{R} \setminus \{3; -3\} \text{ und } L = D$$

h) 
$$D = R \setminus \{4; 3; 2\}$$
 und  $L = \{\}$ 

### Aufgabe 21: Gemeinsame Punkte bei Kurvenscharen

a) 
$$x_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5}{4} - t} \Rightarrow Schnittpunkte für \ t < \frac{5}{4}$$
, Berührpunkt für \ t =  $\frac{5}{4}$ , keine gem. Punkte für \ t >  $\frac{5}{4}$ 

b) 
$$x_{1/2} = \frac{1}{2t} \pm \sqrt{\frac{1+4t}{4t^2}} \Rightarrow \text{Schnittpunkte für } t > -\frac{1}{4}$$
, Berührpunkt für  $t = -\frac{1}{4}$ , keine gem. Punkte für  $t < -\frac{1}{4}$ 

c) 
$$x_{1/2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{1-2t}{4}} \Rightarrow \text{Schnittpunkte für } t < \frac{1}{2}$$
, Berührpunkt für  $t = \frac{1}{2}$ , keine gem. Punkte für  $t > \frac{1}{2}$